ΨΗΦΙΑΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 5

ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ BCD

Σκοπός: Η κατανόηση της μετατροπής ενός τύπου δυαδικής πληροφορίας σε άλλον (κωδικοποίηση/αποκωδικοποίηση) με τη μελέτη της κωδικοποίησης BCD (Binary Coded Decimal). Επιπλέον η εξοικείωση με τον ενδείκτη 7 τμημάτων (7 segment display).

5.1 Θεωρητική εισαγωγή

5.1.1 Δυαδικοί κώδικες

Οι υπολογιστές, όπως και όλα γενικότερα τα ψηφιακά συστήματα, αναγνωρίζουν αλλά και αναπαράγουν μόνον δυαδικές πληροφορίες. Δηλαδή δέχονται δεδομένα αλλά και τα αναπαράγουν με τη μορφή μιας σειράς δυαδικών ψηφίων (bits) 0 ή 1. Είμαστε επομένως υποχρεωμένοι, την οποιαδήποτε πληροφορία κάθε φορά να τη μετατρέπουμε (κωδικοποιούμε) σε δυαδική πληροφορία. *Κάθε σύνολο που αποτελείται από συγκεκριμένο αριθμό διακριτών στοιχείων, μπορεί να κωδικοποιηθεί δυαδικά.* Τέτοια θεωρούνται για παράδειγμα, τα αριθμητικά συστήματα (οκταδικό, δεκαδικό, δεκαεξαδικό κλπ), το αλφάβητο, οι μέρες της εβδομάδας, οι μήνες του χρόνου κ.λ.π.

Οκταδικό ψηφίο	Δυαδικός κώδικας
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
4	1 0 0
5	1 0 1
6	1 1 0
7	1 1 1

***Σχήμα 5.1*: Παράδειγμα: Δυαδικός αριθμητικός κώδικας για το οκταδικό σύστημα**

Για να παραστήσουμε ένα σύνολο 2^n διακριτών στοιχείων με έναν δυαδικό κώδικα απαιτούνται τουλάχιστον n bits για κάθε ένα στοιχείο του συνόλου, αφού το κάθε bit παίρνει μόνο δύο τιμές (0 και 1). Έτσι εξασφαλίζεται η δημιουργία 2^n δυαδικών καταστάσεων, κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε ένα και μόνο ένα στοιχείο του υπό κωδικοποίηση συνόλου. Το σύνολο των στοιχείων του οκταδικού συστήματος για παράδειγμα είναι 8, όσα και τα ψηφία του. Το σύνολο των δυαδικών καταστάσεων επομένως που χρειάζονται για την απεικόνισή τους, θα είναι $2^n = 8$. Έτσι το n θα είναι ίσο με 3, αφού 2^3=8, που σημαίνει τελικά, πως κάθε ψηφίο του οκταδικού συστήματος θα παρίσταται δυαδικά με τουλάχιστον 3 ψηφία (βλ. σχ. 5.1). Στο σχήμα φαίνονται οι οκτώ μοναδικές δυαδικές καταστάσεις που μπορεί να δημιουργηθούν από τις τιμές των τριών bits και μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας αριθμητικός δυαδικός κώδικας για το οκταδικό σύστημα.
Όταν θέλουμε να κωδικοποιήσουμε ένα σύνολο ψηφίων, που δεν αποτελεί ακριβή δύναμη του δύο, κάποιοι δυαδικοί συνδυασμοί δεν θα χρησιμοποιηθούν. Τέτοιο

παράδειγμα αποτελεί η κωδικοποίηση των δεκαδικών ψηφίων (0,1,2.....,9). Ένας κώδικας για το δεκαδικό σύστημα απαιτεί τουλάχιστον 4 bits για κάθε δεκαδικό ψηφίο, αφού τα τρία bits, όπως είδαμε στο προηγούμενο παράδειγμα, δίνουν οκτώ μόνον δυαδικούς συνδυασμούς. Με τα 4 bits έχουμε 16 διαφορετικούς δυαδικούς συνδυασμούς, απ' τους οποίους όμως χρειαζόμαστε μόνο τους δέκα. Οι υπόλοιποι 6 δεν χρησιμοποιούνται, αφού δεν υπάρχει γι' αυτούς αντίστοιχο ψηφίο. Παραδείγματα κωδίκων είναι:

- *δυαδικοί κώδικες με βάρη*
- *δυαδικοί κώδικες χωρίς βάρη*.

Δυαδικοί κώδικες με βάρη

Οι δυαδικοί κώδικες με βάρη σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε τα βάρη να καθορίζουν την *αξία* κάθε ψηφίου ανάλογα με τη θέση του. Στα σχήματα 5.2α και 5.2β φαίνονται δύο δυαδικοί κώδικες με βάρη 8-4-2-1 και 7-4-2-1, αντίστοιχα. Οι στήλες που αντιστοιχούν στα βάρη 8 και 7 των δύο πινάκων, αποτελούν τις στήλες στις οποίες καταχωρούνται τα περισσότερο σημαντικά ψηφία (MSB) των δύο κωδίκων, τις στήλες δηλαδή με τη μεγαλύτερη αξία (*το μεγαλύτερο βάρος*). Οι στήλες που αντιστοιχούν στα βάρη 1, αποτελούν τις στήλες που καταχωρούνται τα λιγότερο σημαντικά τους ψηφία (LSB) και αποτελούν τις στήλες με το *μικρότερο βάρος*.

Δεκαδικό ψηφίο	B C D 8 4 2 1
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1

α.

Δεκαδικό ψηφίο	Βάρη κωδικα 7 4 2 1
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 1
9	1 0 1 0

β.

***Σχήμα 5.2*: Κώδικας BCD με βάρη: (α) 8-4-2-1 και (β) 7-4-2-1.**

Ένας τέτοιος, ιδιαίτερα σημαντικός και πάρα πολύ χρήσιμος κώδικας, είναι ο *BCD* (*Binary Coded Decimal - Δυαδικά κωδικοποιημένο δεκαδικό*) με βάρη 8-4-2-1 (Βλ. σχ. 5.2α). Ο BCD κώδικας με βάρη 8-4-2-1 κωδικοποιεί τα δέκα ψηφία, από το 0 μέχρι και το 9, του δεκαδικού συστήματος. Κύριο πλεονέκτημά του η άμεση αντιστοιχία κάθε κωδικοποιημένου δεκαδικού ψηφίου με το δυαδικό του ισοδύναμο. ***Ο BCD είναι ένας τετραψήφιος (4-bit) κώδικας, που σημαίνει ότι, κάθε κωδικοποιημένο δεκαδικό ψηφίο, παριστάνεται στον κώδικα με τέσσερα δυαδικά ψηφία.*** Έτσι το $(5)_{10}$ είναι ο 0101 BCD, ίδιος δηλαδή με τον ισοδύναμο δυαδικό του. Ο $(12)_{10}$ όμως σε BCD κώδικα, είναι ο 0001 0010, που αντιστοιχεί στον 4–bit BCD κώδικα των δεκαδικών ψηφίων 1 και 2 του αριθμού $(12)_{10}$ και όχι ο ισοδύναμος δυαδικός του 1100. Γ' αυτό χρειάζεται προσοχή όταν πρόκειται για κωδικοποίηση μη μονοψήφιων δεκαδικών αριθμών.

Ανάλογα τέλος με τα βάρη που δίνουμε κάθε φορά, μπορούμε να δημιουργήσουμε διαφορετικούς τέτοιους κώδικες. Έτσι, εκτός του κώδικα με βάρη 8-4-2-1, έχουμε τη δυνατότητα σχεδίασης και άλλων τέτοιων κωδίκων, όπως ο κώδικας με βάρη 7-4-2-1, που φαίνεται στο σχήμα 5.2β. Σ' αυτόν, ο δυαδικός συνδυασμός 1001 θα αντιστοιχεί στο δεκαδικό ψηφίο 8 (7x1+0x4+0x2+1x1=8) και όχι στο 9, όπως συνέβαινε όταν τα βάρη του κώδικα ήταν 8-4-2-1. Ο 0101 όμως αντιστοιχεί και στους δύο κώδικες στο

ίδιο δεκαδικό ψηφίο, το 5. Σ' έναν δυαδικό κώδικα μπορούμε να δώσουμε και αρνητικά βάρη.
Ο τρόπος μετατροπής μιας δυαδικής ακολουθίας, κωδικοποιημένης σε BCD, στον ισοδύναμο δεκαδικό της αριθμό είναι ιδιαίτερα απλός και έχει ως εξής. Χωρίζουμε την κωδικοποιημένη ακολουθία σε ομάδες τεσσάρων ψηφίων ξεκινώντας από το λιγότερο σημαντικό ψηφίο και αντικαθιστούμε στη συνέχεια κάθε τέτοια ομάδα με το ισοδύναμό της δεκαδικό ψηφίο.
Για παράδειγμα *ο BCD : 0100010110001001 είναι ο $(4589)_{10}$, αφού αποτελείται από τις τετραψήφιες δυαδικές ομάδες : 0100, 0101, 1000, 1001 οι οποίες αντιστοιχούν στα δεκαδικά ψηφία : 4, 5, 8 και 9.*
Το ίδιο εύκολη είναι και η μετατροπή από το δεκαδικό στο BCD. Εδώ χρειάζεται η μετατροπή κάθε δεκαδικού ψηφίου σε μια ακολουθία τεσσάρων δυαδικών ψηφίων, η οποία θα αντιστοιχεί στον ισοδύναμο BCD του κάθε ψηφίου.
Παράδειγμα*: Εύρεση του BCD κώδικα για τον δεκαδικό αριθμό 7639. Θα έχουμε :*
7 = 0111, 6 = 0110, 3 = 0011 και 9 =1001
και τελικά ο BCD του δεκαδικού 7639 θα είναι ο : 0111011000110001.

Δυαδικοί κώδικες χωρίς βάρη
Στους κώδικες αυτούς η θέση κάθε ψηφίου της κωδικοποιημένης δυαδικής ακολουθίας δεν αντιστοιχεί σε προκαθορισμένο βάρος, όπως συμβαίνει στους κώδικες με βάρη. Οι κώδικες χωρίς βάρη προκύπτουν από κάποιους κανόνες διαφορετικούς για τον καθένα. Τέτοιοι δυαδικοί κώδικες είναι ο κώδικας Gray κατά κύριο λόγο και ο κώδικας Excess-3, που χρησιμοποιήθηκε σε κάποιες παλαιές γενιές υπολογιστών.
Ο *κώδικας excess-3* (κώδικας υπερβολής κατά 3) είναι ένας κώδικας χωρίς βάρη, που προκύπτει από το BCD με πρόσθεση 3 σε κάθε θέση.

Δεκαδικό ψηφίο	Δυαδικό ψηφίο	Κώδικας Gray
0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 1
3	0 0 1 1	0 0 1 0
4	0 1 0 0	0 1 1 0
5	0 1 0 1	0 1 1 1
6	0 1 1 0	0 1 0 1
7	0 1 1 1	0 1 0 0
8	1 0 0 0	1 1 0 0
9	1 0 0 1	1 1 0 1
10	1 0 1 0	1 1 1 1
11	1 0 1 1	1 1 1 0
12	1 1 0 0	1 0 1 0
13	1 1 0 1	1 0 1 1
14	1 1 1 0	1 0 0 1
15	1 1 1 1	1 0 0 0

Σχήμα 5.3**: 4-bit δυαδικός κώδικας Gray για τους αντίστοιχους δυαδικούς.**

Ο κώδικας Gray είναι ένας κώδικας με σημαντικό χαρακτηριστικό το γεγονός, ότι δύο διαδοχικές λέξεις του διαφέρουν *μόνο κατά ένα ψηφίο* (βλ. σχ. 5.3). Χρησιμοποιείται σε εφαρμογές ψηφιακών συστημάτων που απαιτούν μετατροπές αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά (A/D Converters) και στα οποία συστήματα τα ψηφιακά δεδομένα αυξάνονται ή μειώνονται κατά ένα. Χρησιμοποιούνται επίσης στις ηλεκτρομηχανικές εφαρμογές πολλών ψηφιακών συστημάτων και διατάξεων (εργαλειομηχανές, συστήματα φρένων αυτοκινήτου, φωτοαντιγραφικά κ.λπ.), όπου ένας αισθητήρας εισόδου δίνει μια ψηφιακή τιμή (σε κώδικα Gray), η οποία αναπαριστά μια μηχανική θέση.

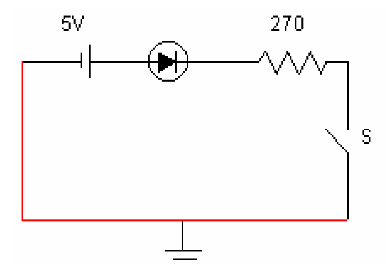
Μεγάλο πλεονέκτημα του κώδικα Gray, όπως αναφέρθηκε στην αρχή, αποτελεί το γεγονός της αλλαγής της τιμής μόνο ενός ψηφίου του κώδικα μεταξύ δύο διαδοχικών λέξεων του. Παρατηρείστε στο σχ. 5.3 ότι η δυαδική απεικόνιση για τη μετάβαση από το 0111 (το $(7)_{10}$) στο 1000 (το $(8)_{10}$) γίνεται με αλλαγή της τιμής και των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων ή η μετάβαση από το 0101 (το $(5)_{10}$) στο 0110 (το $(6)_{10}$) γίνεται με αλλαγή της τιμής δύο ψηφίων, ενώ στις αντίστοιχες μεταβολές του κώδικα Gray έχουμε αλλαγή της τιμής μόνο ενός από τα ψηφία του κώδικα. Η μετάβαση από το 0111 στο 1000 στη δυαδική απεικόνιση μπορεί να οδηγήσει, για πολύ μικρό χρονικό διάστημα, στο 0110, αν το LSB αλλάζει λίγο γρηγορότερα κατάσταση από τα άλλα ψηφία, με αποτέλεσμα στην αλλαγή να γίνει λάθος.
Στον κώδικα Gray η μεταβολή από το 7 στο 8 ή αντίστροφα γίνεται με την αλλαγή της τιμής μόνον ενός ψηφίου και έτσι η περίπτωση αυτού του λάθους αποφεύγεται. Αυτό το πλεονέκτημα του κώδικα Gray εκμεταλλευόμαστε στα κυκλώματα που αναφέρθηκαν πριν, για να μηδενίσουμε σχεδόν την πιθανότητα λάθους, που μπορεί να προκύψει στον απλό δυαδικό κώδικα.

5.1.2 Κωδικοποίηση BCD σε ενδείκτη 7 τμημάτων

5.1.2.1 Ενδείκτης 7 τμημάτων

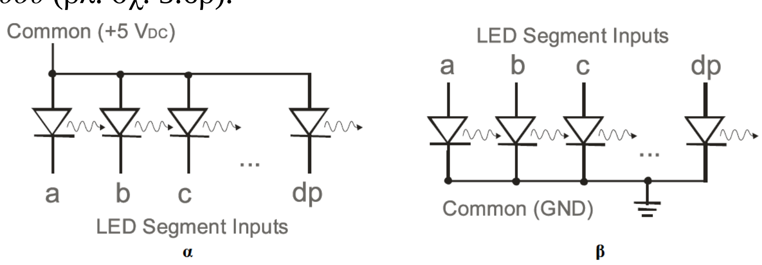
Ο ενδείκτης 7 τμημάτων είναι διάταξη που συναντάται σε πολλές συσκευές του εμπορίου (υπολογιστές τσέπης, ρολόγια, φούρνοι μικροκυμάτων κ.λπ.). Ο ενδεικτης αποτελείται από 7 φωτοεκπέμπουσες διόδους (LED - Light Emitting Diode), σε μορφή ράβδων, καθώς και μία (ή δύο) διόδους κυκλικού σχήματος, που χρησιμεύουν ως δεκαδικά σημεία (σχ. 5.4). Η φωτοεκπέμπουσα δίοδος είναι μια δίοδος PN επαφής, η οποία όταν πολώνεται ορθά διαρρέεται από ρεύμα και φωτοβολεί (σχ. 5.5).

Ακρ.	Τμήμα
1	e
2	d
3	V_{cc}
4	c
5	dp
6	b
7	a
8	V_{cc}
9	f
10	g



Σχήμα 5.4: **Ενδείκτης 7 τμημάτων.** *Σχήμα 5.5*: **Ορθά πολωμένη δίοδος.**

Στο εσωτερικό του ενδείκτη, το ένα άκρο κάθε LED συνδέεται σε ένα κοινό σημείο. Αυτό το σημείο συνδέεται είτε στη γείωση, είτε σε θετικό δυναμικό, ανάλογα με τον τύπο της διάταξης. Οι ενδείκτες που λειτουργούν με το κοινό σημείο συνδεδεμένο στο θετικό δυναμικό (+5V) είναι διατάξεις *κοινής ανόδου* (βλ. σχ. 5.6α). Αντίστοιχα, όταν το κοινό σημείο πρέπει να συνδέεται στη γείωση, οι διατάξεις χαρακτηρίζονται ως *κοινής καθόδου* (βλ. σχ. 5.6β).

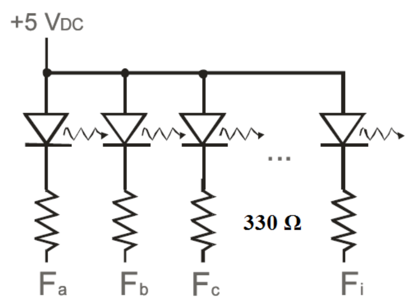


Σχήμα 5.6: **Ενδείκτης 7 τμημάτων, διάταξης (α) κοινής ανόδου και (β) κοινής καθόδου.**

Οι ενδείκτες που θα χρησιμοποιήσουμε στο εργαστήριο είναι σε διάταξη κοινής ανόδου.

Για να φωτοβολούν οι LED, θα πρέπει να πολωθούν ορθά, που σημαίνει ότι οι είσοδοι (a, b, c, d, e, f, g) δηλαδή οι κάθοδοι των διόδων πρέπει να βρίσκονται σε χαμηλό δυναμικό, άρα να δέχονται λογικό ‘0’.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Για να προστατευθούν οι δίοδοι LED θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια αντίσταση, όπως στο σχ. 5.7



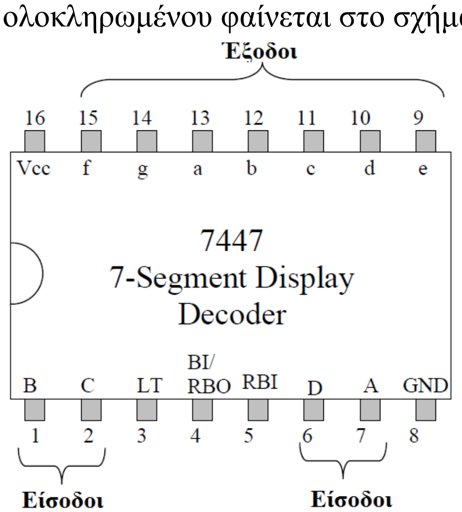
***Σχήμα 5.7*: Συνδεσμολογία ενδείκτη 7 τμημάτων, διάταξης κοινής ανόδου.**

5.1.2.2 Κωδικοποιητής BCD σε ενδείκτη 7 τμημάτων

Αυτό που επιδιώκουμε είναι να δώσουμε ένα δυαδικό αριθμό κωδικοποιημένο κατά BCD (δηλαδή 4-bit) σε ένα συνδυαστικό κύκλωμα και να τον οδηγήσουμε στον ενδείκτη 7 τμημάτων, ώστε να εμφανιστεί ο αντίστοιχος δεκαδικός αριθμός. Για παράδειγμα όταν εισάγουμε την ακολουθία ‘***0000***’ στο κύκλωμα, θα πρέπει να εμφανίζεται ο αριθμός ‘***0***’, δηλαδή όλες οι δίοδοι LED του ενδείκτη θα πρέπει να φωτοβολούν, εκτός απ’ την ***g*** (βλ. σχ. 5.4). Αυτό σημαίνει πως πρέπει να καθορίσουμε το κατάλληλο κύκλωμα, ώστε να φωτοβολεί κάθε δίοδος του ενδείκτη. Έτσι, η δίοδος ***g*** θα φωτοβολεί για τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9. Συνεπώς, γι’ αυτούς τους αριθμούς, το κύκλωμα θα πρέπει να δημιουργεί ένα *λογικό ‘0’* ως είσοδο της διόδου ***g***, ενώ θα δίνει είσοδο *λογικό ‘1’* για τους αριθμούς 0, 1, 7.

Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, για την κωδικοποίηση BCD χρησιμοποιούνται μόνον οι 10 από τους 16 συνδυασμούς τεσσάρων bit (0-9). Συνεπώς, οι έξι τελευταίοι συνδυασμοί (1010 ως 1111) μπορούν να θεωρηθούν αδιάφορες καταστάσεις. Τα σύμβολα που εμφανίζονται αντιστοιχούν στο απλούστερο κύκλωμα.

Στο εργαστήριο θα χρησιμοποιήσουμε το ολοκληρωμένο κύκλωμα 7447, που χαρακτηρίζεται *αποκωδικοποιητής BCD*. Το σχηματικό διάγραμμα του ολοκληρωμένου φαίνεται στο σχήμα 5.8.



Το κύκλωμα του αποκωδικοποιητή δέχεται τέσσερις εισόδους/γραμμές BCD (8421), παράγει τα συμπληρώματά τους εσωτερικά και αποκωδικοποιεί τα δεδομένα με επτά πύλες AND/OR, ώστε να οδηγεί τον ενδείκτη επτά τμημάτων (κοινής ανόδου) άμεσα. Ο ακροδέκτης 16 συνδέεται στην τροφοδοσία (+5V) και ο ακροδέκτης 8 στη γείωση.

***Σχήμα 5.8*: Σχηματικό διάγραμμα του κυκλώματος 7447.**

5.2 Εργαστηριακό μέρος

5.2.1 Απλός έλεγχος λειτουργίας του ενδείκτη 7 τμημάτων

Ο πίνακας αλήθειας για τη λειτουργία της διόδου στο τμήμα **g** του ενδείκτη φαίνεται στη συνέχεια.

Πίνακας αλήθειας για το τμήμα g

D	C	B	A	g
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

D	C	B	A	g
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Σημειώστε ότι, η δίοδος φωτοβολεί όταν δέχεται είσοδο λογικό ‘0’. Οι καταστάσεις που σημειώνονται με X αντιστοιχούν στους δεκαδικούς αριθμούς 10-15, οι οποίοι προφανώς δεν μπορούν να εμφανιστούν στον ενδείκτη, αφού αυτός μπορεί να απεικονίζει μόνο τους μονοψήφιους δεκαδικούς αριθμούς 0-9, γι’ αυτό θεωρούνται αδιάφορες καταστάσεις.

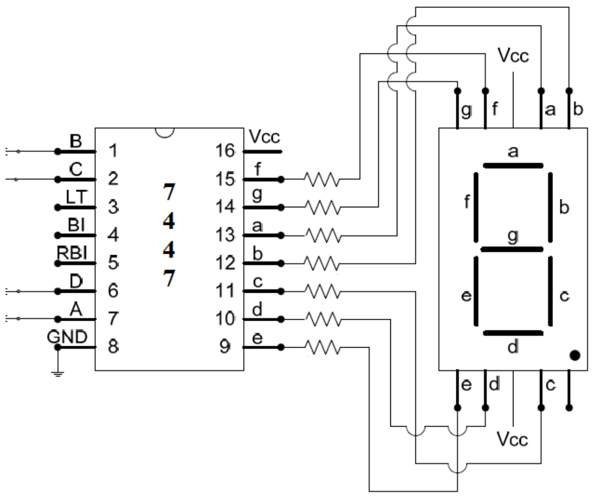
a. Εξάγετε τη λογική συνάρτηση για το τμήμα g και απλοποιήστε την με χρήση πίνακα Karnaugh.

b. Σχεδιάστε το απλοποιημένο κύκλωμα.

c. Υλοποιήστε το κύκλωμα με χρήση του ενδείκτη 7 τμημάτων. Επαληθεύστε τον προηγούμενο πίνακα για τις ακολουθίες BCD 0-9.

5.2.1 Κωδικοποίηση BCD με χρήση του ολοκληρωμένου κυκλώματος 7447

Υλοποιήστε το κύκλωμα του σχήματος 5.9.

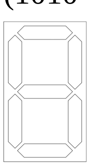
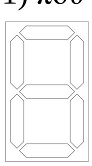
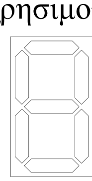
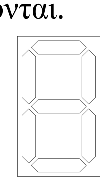
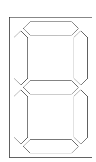
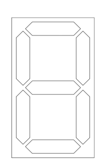


Σχήμα 5.9: **Κωδικοποίηση BCD σε ενδεικτη 7 τμημάτων. Οι τιμές των αντιστάσεων είναι 330Ω.**

1) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα με τις τιμές των εξόδων a-g. Χρησιμοποιήστε τα σύμβολα H (λογικό ‘1’) και L (λογικό ‘0’). Για κάθε τμήμα που φωτοβολεί η ένδειξη θα πρέπει να αντιστοιχίζεται σε λογικό ‘0’, αφού η διάταξη που χρησιμοποιούμε είναι κοινής ανόδου.

Δεκ. αρ.	**BCD**				**Έξοδοι**						
	D	C	B	A	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0							
1	0	0	0	1							
2	0	0	1	0							
3	0	0	1	1							
4	0	1	0	0							
5	0	1	0	1							
6	0	1	1	0							
7	0	1	1	1							
8	1	0	0	0							
9	1	0	0	1							
10	1	0	1	0							
11	1	0	1	1							
12	1	1	0	0							
13	1	1	0	1							
14	1	1	1	0							
15	1	1	1	1							

2) Σημειώστε τα τμήματα που φωτοβολούν, για κάθε μια από τις έξι ακολουθίες BCD (1010 – 1111) που δεν χρησιμοποιούνται.

1010 1011 1100 1101 1110 1111