



Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

Αριθμητικές Μέθοδοι σε
Προγραμματιστικό Περιβάλλον
(Εργαστήριο 1)

Δρ. Δημήτρης Βαρσάμης
Επίκουρος Καθηγητής

Αριθμητικές Μέθοδοι σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον

Σκοπός του εργαστηρίου είναι η γνωριμία του φοιτητή με το λογισμικό MATLAB. Ειδικότερα, ο φοιτητής θα ασχοληθεί με τα παρακάτω αντικείμενα.

- 1 Εισαγωγή στο MATLAB
 - Τελεστές στο MATLAB
 - Σταθερές τιμές στο MATLAB
 - Συναρτήσεις στο MATLAB
 - Εντολές ελέγχου στο MATLAB

- 2 Πίνακες

- 3 Μαθηματικές Συναρτήσεις

Εισαγωγή στο MATLAB

- Μεταβλητές
 - ▶ Προσοχή στην ονοματολογία των μεταβλητών. Μόνο λατινικοί χαρακτήρες, όχι κενά, όχι σύμβολα, να ξεκινά από γράμμα. (Case sensitive)
- Ανάθεση τιμής σε μεταβλητή
 - ▶ Η ανάθεση γίνεται με το (=)

```
>> a=3
a =
    3

>> a_1=0.94
a_1 =
    0.94
```

- Βοήθεια σε MATLAB

- ▶ Από την εργαλειοθήκη επιλέγουμε το εικονίδιο της βοήθειας και ανοίγουμε το περιβάλλον της βοήθειας
- ▶ Απευθείας στο Command Window με την χρήση της εντολής `help`, π.χ. `help det`

Τελεστές στο MATLAB

• Αριθμητικοί Τελεστές

- ▶ + πρόσθεση
- ▶ - αφαίρεση
- ▶ * πολλαπλασιασμός
- ▶ / απλή διαίρεση
- ▶ \ αντίστροφη διαίρεση
- ▶ ^ ύψωση σε δύναμη
- ▶ mod υπόλοιπο ακέραιας διαίρεσης

```
>> 2^3
ans =
     8
>> 2/3
ans =
0.6666666666666667
```

```
>> 2\3
ans =
     1.5
>> mod(2,3)
ans =
     2
```

Τελεστές στο MATLAB

- Συγκριτικοί Τελεστές

- ▶ >

- ▶ <

- ▶ >=

- ▶ <=

- ▶ ==

- ▶ ~=

έλεγχος ισότητας

έλεγχος μη ισότητας

```
>> 2>3
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> 2^3>=3^2
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> 3-4~=4-3
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> 4*4==2*2*2
```

```
ans =
```

```
0
```

Τελεστές στο MATLAB

• Λογικοί Τελεστές

- ▶ ~ άρνηση (NOT)
- ▶ || διάζευξη (OR)
- ▶ && σύζευξη (AND)

```
>> (2==3) || (4^2-2^4==0)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> (2==3) && (4^2-2^4==0)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> ~(2==3) && (4^2-2^4==0)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> (2==3) || ~(4^2-2^4==0)
```

```
ans =
```

```
0
```

Σταθερές τιμές στο MATLAB

- `ans` Το αποτέλεσμα κάθε εντολής που δεν εκχωρείται σε μεταβλητή
- `i` ή `j` Φανταστική μονάδα
- `pi` Ο αριθμός π
- `inf` Άπειρο
- `NaN` Μη-αριθμός (π.χ. $0/0$) (Not a Number)
- `eps` Ο κοντινότερος αριθμός στο 0 (Ανοχή)

```
>> pi
ans =

    3.1416
>> 3/0
ans =

    Inf
```

```
>> 0/0
ans =

    NaN
>> eps
ans =

    2.2204e-016
```


Συναρτήσεις στο MATLAB

• Τριγωνομετρικές

- ▶ $\sin(x)$ ημίτονο της γωνίας x σε rad
- ▶ $\cos(x)$ συνημίτονο της γωνίας x σε rad
- ▶ $\tan(x)$ εφαπτομένη της γωνίας x σε rad
- ▶ $\cot(x)$ συνεφαπτομένη της γωνίας x σε rad

```
>> sin(0) sin(0)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> cos(pi/3) cos( $\frac{\pi}{3}$ )
```

```
ans =
```

```
0.5
```

```
>> tan(pi/4) tan( $\frac{\pi}{4}$ )
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> sin(2)^2+cos(2)^2
```

```
ans =
```

```
1
```

```
sin2(2) + cos2(2)
```

Συναρτήσεις στο MATLAB

• Εκθετικές - Λογαριθμικές

- ▶ $\text{exp}(x)$ $\rightarrow e^x$
- ▶ $\text{log}(x)$ $\rightarrow \ln(x)$
- ▶ $\text{log10}(x)$ $\rightarrow \log(x)$
- ▶ $\text{log2}(x)$ $\rightarrow \log_2(x)$

```
>> exp(1)                     $e^1$   
ans =
```

```
      2.7183
```

```
>> log(exp(2))               $\ln e^2$   
ans =
```

```
      2
```

```
>> log10(1000)               $\log 1000$   
ans =
```

```
      3
```

```
>> log2(1024)                $\log_2 1024$   
ans =
```

```
      10
```

Συναρτήσεις στο MATLAB

• Διάφορες

- ▶ `sqrt(x)` → \sqrt{x} , Τετραγωνική ρίζα του x
- ▶ `abs(x)` → $|x|$, Απόλυτη τιμή του x
- ▶ `fix(x)` → $[x]$, Ακέραιο μέρος του x
- ▶ `floor(x)` → $[x]$, Κάτω ακέραιο φράγμα του x
- ▶ `ceil(x)` → $[x]$, Άνω ακέραιο φράγμα του x
- ▶ `round(x)` → στρογγυλοποίηση στον κοντινότερο ακέραιο του x

```
>> x=6.25
x =
    6.25
>> sqrt(x)
ans =
    2.5
```

```
>> ceil(x)
ans =
    7
>> floor(x)
ans =
    6
```

Συναρτήσεις στο MATLAB

```
>> fix(x)
ans =
     6
```

```
>> round(x)
ans =
     6
```

- Να στρογγυλοποιήσετε με την βοήθεια της συνάρτησης `round(x)` τον αριθμό $x = 0.98765$ στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο και τον αριθμό $y = 23456$ στο ψηφίο των εκατοντάδων.

```
>> fix(x)
ans =
     6
```

Συναρτήσεις στο MATLAB

- Για μιγαδικούς αριθμούς

- ▶ `angle(x)` πρωτεύων όρισμα του μιγαδικού x
- ▶ `real(x)` πραγματικό μέρος του μιγαδικού x
- ▶ `imag(x)` φανταστικό μέρος του μιγαδικού x
- ▶ `conj(x)` συζυγής μιγαδικός του μιγαδικού x
- ▶ `abs(x)` μέτρο του μιγαδικού x

```
>> x=3+4i
x =
     3 +     4i
>> angle(x)
ans =
     0.927295218001612
>> abs(x)
ans =
     5
```

```
>> real(x)
ans =
     3
>> imag(x)
ans =
     4
>> conj(x)
ans =
     3 -     4i
```

Εντολές ελέγχου στο MATLAB

- `who, whos` Εμφάνιση των μεταβλητών του Workspace
- `clear` Καθαρισμός όλων των μεταβλητών του Workspace
- `clc` Καθαρισμός του Command Window
- `format` Καθορισμός εμφάνισης των αριθμών
 - ▶ `short` 5 ψηφία
 - ▶ `short g` μέχρι 5 ψηφία
 - ▶ `long` 16 ψηφία
 - ▶ `long g` μέχρι 16 ψηφία
 - ▶ `rat` ρητή (κλασματική) μορφή
 - ▶ Στις τέσσερις πρώτες περιπτώσεις, όταν ξεπεραστούν τα σημαντικά ψηφία, ο αριθμός μετατρέπεται σε εκθετική μορφή, π.χ. $1.3212e+008$

- Ορισμός πινάκων

- ▶ Ορισμός διανυσμάτων (μονοδιάστατοι πίνακες)

- ★ Πίνακας γραμμή

- $x = [1 \ 2 \ 3]$ ή

- $x = [1, 2, 3]$

- ★ Πίνακας στήλη

- $x = [1; 2; 3]$ ή

- $x = [1 \ \leftarrow 2 \ \leftarrow 3]$

- ▶ Ορισμός πινάκων δυο διαστάσεων

- ★ $A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9]$ ή

- $A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]$ ή

- $A = [1, 2, 3 \ \leftarrow 4, 5, 6 \ \leftarrow 7, 8, 9]$ ή

- $A = [1 \ 2 \ 3 \ \leftarrow 4 \ 5 \ 6 \ \leftarrow 7 \ 8 \ 9]$

- Ορισμός ειδικών πινάκων

- ▶ $x=[a:s:b]$ ή $x=a:s:b$
- ▶ a αρχική τιμή, s βήμα, b τελική τιμή
- ▶ όταν το βήμα παραλείπεται, τότε $s = 1$

```
>> x=1:10
x =
     1     2     3     4     5     6     7     8     9    10
>> x=1:0.1:2
x =
Columns 1 through 7
     1     1.1     1.2     1.3     1.4     1.5     1.6
Columns 8 through 11
     1.7     1.8     1.9     2
>> x=10:-1:1
x =
    10     9     8     7     6     5     4     3     2     1
```


- Ορισμός ειδικών πινάκων

- ▶ `x=linspace(a,b,n)`
- ▶ γραμμικό διάστημα (ακολουθία ισαπέχοντων αριθμών) με `a` πρώτο αριθμό, `b` τελευταίο αριθμό, `n` πλήθος αριθμών

```
>> x=linspace(1,10,7)
```

```
x =
```

```
Columns 1 through 3
```

```
1          2.5          4
```

```
Columns 4 through 6
```

```
5.5          7          8.5
```

```
Column 7
```

```
10
```

- Ορισμός ειδικών πινάκων

- ▶ `x=ones (n)` ή `x=ones (n, m)`
- ▶ `x=zeros (n)` ή `x=zeros (n, m)`
- ▶ `x=eye (n)` ή `x=eye (n, m)`
- ▶ `x=rand (n)` ή `x=rand (n, m)`
- ▶ Με ένα όρισμα (n) τετραγωνικοί $n \times n$, με δυο ορίσματα (n, m) διαστάσεων $n \times m$

```
>> x=ones (2)
x =
     1     1
     1     1

>> y=zeros (2, 3)
y =
     0     0     0
     0     0     0
```

Πίνακες

- Πράξεις πινάκων

- ▶ Τελεστής (.)

- ★ Πράξη ανά στοιχείο (\cdot), (\cdot /), (\cdot \), (\cdot ^)

- ★ Οι πίνακες πρέπει να έχουν ίδιες διαστάσεις.

- ▶ Τελεστές (/) και (\)

- ★ Αντιστροφή πίνακα, δηλαδή,

$$A/B = A \cdot B^{-1}$$

$$A \setminus B = A^{-1} \cdot B$$

- ★ Οι πίνακες πρέπει να έχουν ίδιες διαστάσεις και να είναι τετραγωνικοί.

- ▶ Τελεστής (')

- ★ Αναστροφή πίνακα

- Συναρτήσεις

- ▶ det, trace, eig, inv,...

Πίνακες - Παράδειγμα

Δίνονται οι παρακάτω πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = [1 \ 2 \ 3], \quad y = [5 \ 6 \ 7]$$

- Να γίνουν οι πράξεις

- ▶ x^2 , $x \cdot x$
- ▶ $A \cdot B$, $A \cdot^* B$
- ▶ $A ./ B$, $A.^B$
- ▶ $B \cdot C$, C^2 , $C \cdot^2$
- ▶ Να υπολογιστεί η παράσταση $e^x + y^2 + \ln(x + y)$

Μαθηματικές Συναρτήσεις

- Ορισμός μαθηματικής συνάρτησης ως *inline object*

- ▶ Η σύνταξη της εντολής είναι
`f=inline('math expression')`
- ▶ Για παράδειγμα την συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + 3x$$

την ορίζουμε

```
f=inline('x.^2+3*x')
```

- Κλήση της συνάρτησης

- ▶ Η κλήση της *inline* συνάρτησης πραγματοποιείται ως εξής `f(list of value)`
- ▶ Για παράδειγμα
`f(3)`
`f(x) όπου x=1:10`

Μαθηματικές Συναρτήσεις - Παράδειγμα

- Να οριστεί η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + e^x + \ln(x + 1)$$

- Να βρεθούν τα εξής
 - ▶ $f(3)$,
 - ▶ $f(x)$ όπου $x = 1, 2, \dots, 10$,
 - ▶ $f^2(5) - 4f(1) + f(0)$

Συμβολικές Μαθηματικές Συναρτήσεις

- Ορισμός μαθηματικής συναρτήσεως ως *symbolic object*
 - ▶ `syms x` (ορισμός της μεταβλητής `x` ως συμβολικής)
 - ▶ Η σύνταξη της εντολής είναι `f=math expression`
 - ▶ Για παράδειγμα την συνάρτηση $f(x) = x^2 + 3x$ την ορίζουμε
`f=x^2+3*x`
- Εναλλακτικά
 - ▶ `f='math expression'`
 - ▶ `f='x^2+3*x'`

Συμβολικές Μαθηματικές Συναρτήσεις

Εντολές του *Symbolic toolbox*

- `syms x` ορισμός της μεταβλητής x
ως συμβολικής
- `sym(f)` μετατροπή της παράστασης
 f σε συμβολική
- `diff(f)` εύρεση της παραγώγου
συνάρτησης της συμβολικής έκφρασης f
- `solve(f)` εύρεση των ριζών της
συμβολικής έκφρασης f
- `int(f)` εύρεση του αόριστου
ολοκληρώματος της συμβολικής έκφρασης f
- `subs(f, a, b)` αντικατάσταση της μεταβλητής a με
την τιμή b της συμβολικής έκφρασης
 f

Παράδειγμα

- Να οριστεί η συνάρτηση $f(x) = x^2 + e^x + \ln(x + 1)$
- Να βρεθούν τα εξής
 - ▶ $f(3) =$
 - ▶ $f(x) =$ $x=1,2,\dots,10$
 - ▶ $f'(x) =$
 - ▶ $\int f(x)dx =$
 - ▶ $f(x) = 0$