Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

Γραμμικός Προγραμματισμός και Βελτιστοποίηση (Εργαστήριο 4)

Δρ. Δημήτρης Βαρσάμης
Επίκουρος Καθηγητής

Μάρτιος 2015

Σκοπός Εργαστηρίου

Μέθοδος Simplex

Σκοπός του εργαστηρίου είναι:

- η κατανόηση των βημάτων της μεθόδου Simplex με την βοήθεια του Lindo®

Μέθοδος Simplex

Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με αντικειμενική συνάρτηση

$$\max \quad z = 4x_1 + 5x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Γράφουμε στο Lindo® το Π.Γ.Π. και επιλέγουμε από το menu Reports την επιλογή Tableau.

```
 THE TABLEAU
  ROW   (BASIS)         X1        X2      SLK 2     SLK 3
    1 ART           -4.000    -5.000     0.000     0.000     0.000
    2 SLK 2          1.000     2.000     1.000     0.000     4.000
    3 SLK 3          1.000     1.000     0.000     1.000     3.000
 ART  ART           -4.000    -5.000     0.000     0.000     0.000
```

Το παραπάνω αρχικό tableau αντιστοιχεί στο θεωρητικό tableau

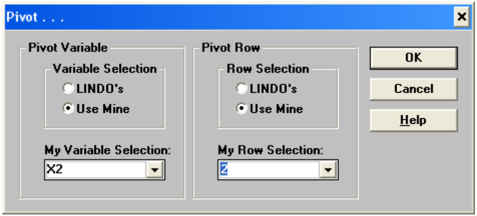
			4	5	0	0
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4
P_3	0	4	1	2	1	0
P_4	0	3	1	1	0	1
	z	0	-4	-5	0	0

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

1. Εάν όλα τα ευκαιριακά κόστη είναι μεγαλύτερα ή ίσα με το μηδέν τότε βρισκόμαστε στην βέλτιστη λύση. Διαφορετικά συνεχίζουμε στα παρακάτω βήματα.
2. Από τα αρνητικά ευκαιριακά κόστη, επιλέγουμε την στήλη με το μεγαλύτερο κατά απόλυτη τιμή ευκαιριακό κόστος (P_2 ή `X2`).
3. Υπολογίζουμε τα $\theta = x_i/P_i$. Επομένως, $\theta_1 = \frac{4}{2} = 2$ και $\theta_2 = \frac{3}{1} = 3$.
4. Επιλέγουμε την γραμμή με το μικρότερο θετικό θ (Γ_1 ή `ROW 2`).

Μέθοδος Simplex

Στο Lindo® επιλέγουμε από το menu Solve την επιλογή Pivot.



1. Στο frame Pivot Variable επιλέγουμε Use Mine και στο My Variable Selection την μεταβλητή X2 η οποία αντιστοιχεί στην στήλη P_2.
2. Στο frame Pivot Row επιλέγουμε Use Mine και στο My Row Selection την γραμμή 2 η οποία αντιστοιχεί στην γραμμή Γ_1.

Πατάμε Ok και έπειτα Cancel και επιλέγουμε από το menu Reports την επιλογή Tableau.

```
  X2 ENTERS AT VALUE 2.0000  IN ROW 2 OBJ. VALUE= 10.000

THE TABLEAU
  ROW  (BASIS)       X1       X2    SLK 2    SLK 3
    1    ART      -1.500    0.000    2.500    0.000   10.000
    2     X2       0.500    1.000    0.500    0.000    2.000
    3 SLK 3        0.500    0.000   -0.500    1.000    1.000
```

Το παραπάνω tableau αντιστοιχεί στο θεωρητικό tableau

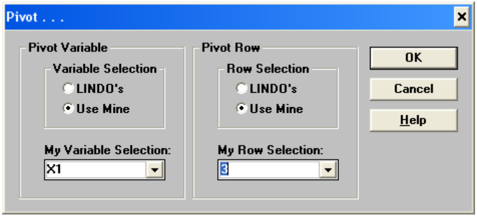
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		Γ_1'
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		Γ_2'
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		Γ_3'

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	Γ_1'
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	Γ_2'
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		Γ_3'

1. Εάν όλα τα ευκαιριακά κόστη είναι μεγαλύτερα ή ίσα με το μηδέν τότε βρισκόμαστε στην βέλτιστη λύση. Διαφορετικά συνεχίζουμε στα παρακάτω βήματα.
2. Από τα αρνητικά ευκαιριακά κόστη, επιλέγουμε την στήλη με το μεγαλύτερο κατά απόλυτη τιμή ευκαιριακό κόστος (P_1 ή `X1`).
3. Υπολογίζουμε τα $\theta = x_i/P_i$. Επομένως, $\theta_1 = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ και $\theta_2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.
4. Επιλέγουμε την γραμμή με το μικρότερο θετικό θ (Γ_2' ή `ROW 3`)

Μέθοδος Simplex

Στο LINDO® επιλέγουμε από το menu Solve την επιλογή Pivot.



1. Στο frame Pivot Variable επιλέγουμε Use Mine και στο My Variable Selection την μεταβλητή `X1` η οποία αντιστοιχεί στην στήλη P_1.
2. Στο frame Pivot Row επιλέγουμε Use Mine και στο My Row Selection την γραμμή `3` η οποία αντιστοιχεί στην γραμμή Γ'_2.

Μέθοδος Simplex

Πατάμε Ok και έπειτα Cancel και επιλέγουμε από το menu Reports την επιλογή Tableau.

```
  X1 ENTERS AT VALUE 2.0000 IN ROW 3 OBJ. VALUE=  13.000


THE TABLEAU
  ROW  (BASIS)       X1       X2    SLK 2    SLK 3
    1 ART         0.000    0.000    1.000    3.000   13.000
    2   X2        0.000    1.000    1.000   -1.000    1.000
    3   X1        1.000    0.000   -1.000    2.000    2.000
```

Το παραπάνω tableau αντιστοιχεί στο θεωρητικό tableau

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Από το τελικό Simplex tableau έχουμε την βέλτιστη λύση $(x_1, x_2) = (2, 1)$ και $z = 13$.